

De fysiske og matematiske videnskaber

AF HELGE KRAGH, JESPER LÜTZEN OG LARS BIRKEDAL¹

Introduktion

1. Helge Kragh er kapitlets hovedforfatter. Jesper Lützen har skrevet afsnittet om matematik og Lars Birkedal redigeringen for datalogi.

Dette kapitel vedrører en del af det brede spektrum af videnskaber, der er repræsenteret i Videnskabernes Selskab, nemlig de fag, som man nogle gange kalder de eksakte videnskaber. Bortset fra de matematiske videnskaber omfatter de her naturvidenskaber som fysik, astronomi og kemi. Også aspekter af andre videnskaber vil blive nævnt, uden der skal lægges noget særligt i inddelingen af de forskellige videnskaber inden for det bredere matematisk-naturvidenskabelige fagområde. Kapitlet er primært orienteret mod den helt moderne periode, nemlig 1992-2017.

Det siger sig selv, at en kort beskrivelse af helt moderne videnskaber inden for et bestemt nationalt og institutionelt regi er problematisk. Ikke blot er den nationale binding på mange måder kunstig, men koblingen til den pågældende institution, nemlig Videnskabernes Selskab, er også flydende og ikke i sig selv af stor betydning. Hertil kommer, at de fleste af de forskere, der omtales i det følgende, stadig er levende og mange af dem endog særdeles aktive. Endelig er deres videnskabelige bidrag af en så kompleks art, at de undrager sig en kort og almenforståelig fremstilling. Af disse og andre grunde kan der ikke være tale om en egentlig videnskabshistorie, men blot om et fragmentarisk indblik i nogle af de forskningsområder, som medlemmer af Videnskabernes Selskab gennem det sidste kvarte århundrede har været eller stadig er involveret i. Det er selvsagt et ufuldstændigt indblik med en betydelig grad af vilkårlighed, idet det kunne være strikket sammen på mange andre måder.

Selv om det tidlige perspektiv er moderne, kan det ikke forstås uden tilbageblik til den tidligere historie, for så vidt den vedrører dansk naturvidenskab og den rolle, Videnskabernes Selskab har haft i udviklingen. Kapitlet starter derfor med en ganske kort fremstilling af dette forhold, sådan som det har udviklet sig indtil midten af 1900-tallet. For at understrege den helt afgørende betydning, som både national og international forskningspolitik har haft for den nyere naturvidenskab i Danmark, følges op med en skitse af de væsentligste forskningspolitiske tiltag siden 1950'erne. Disse to indledende afsnit er orienteret mod de fysisk-matematiske videnskaber, men naturligvis er de vilkår

og muligheder, der beskrives, ikke specielle for netop disse videnskaber.

Det lange perspektiv

Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab – eller hvad der i en tidlig fase blev kaldt Videnskabernes Societet i København – var oprindeligt tænkt som et historisk-filologisk eller antikvarisk akademi. Det nye lærde selskab var da også domineret af humanister, men dominansen var kortvarig, idet Selskabet hurtigt fik tilgang af lærde fra de medicinske, matematiske og naturvidenskabelige fag. Som det hed i et kongeligt reskript af 11. januar 1743, var Selskabet også tiltænkt dem,

som udi Historia naturali, samt udi de medicinske, mathematiske og mechaniske videnskaber viste at fremføre nogle mærkelige Inventa, der kunne agtes værde at meddeele Publico, og tiene saavel til bemelte videnskabers forøgelse, som til Auctorum Roes og berømmelse.

Joachim Frederik Ramus var den første matematiker, Peder Horrebøw den første astronom og Jens Kraft den første fysiker, der blev indvalgt inden for Selskabets første fem år og på denne måde skaffede sig ros og berømmelse i det mindste på den nationale scene. Derimod varede det indtil 1796, før en kemiker blev indvalgt, nemlig apotekeren Nicolai Tychsen. Som det afspejles af antallet af artikler i Selskabets *Skrifter*, var den videnskabelige aktivitet blandt de matematisk-fysiske medlemmer på omtrent samme niveau som de naturhistoriske medlemmers. I perioden 1745-1779 blev der i alt publiceret 160 afhandlinger, og af disse behandlede de 89 naturvidenskab i bred forstand; 45 af artiklerne hørte til den matematisk-fysiske faggruppe (inkl. astronomi, landmåling og kemi), mens 44 var af naturhistorisk art, herunder også medicin og meteorologi.

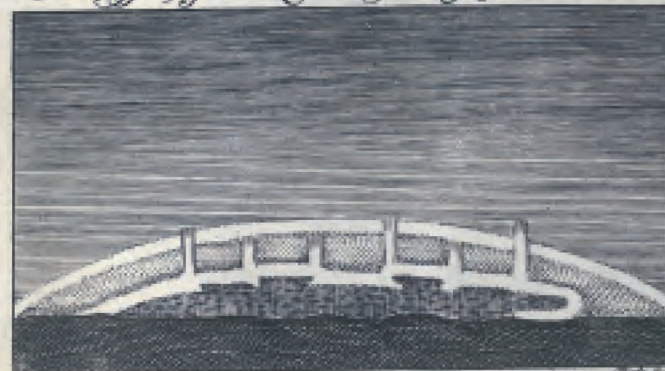
Blandt de tidligste og mest aktive naturforskere i den tidlige periode var Christian Gottlieb Kratzenstein, der i Selskabets skriftrække publicerede om mekanik, fysik, astronomi, kemi og medicin. Den flittige

FIGUR 1. Nordlys, observeret i København 1707. Planche til den første naturvidenskabelige afhandling i Selskabets *Skrifter*, matematikeren Joachim Frederik Ramus' afhandling »Historisk og *Physisk* Beskrivelse over Nordlysets forunderlige Skikkelse, Natur og Oprindelse« fra 1745. Den bygger på en række nye og ældre beskrivelser af nordlyset og bringer flere afbildninger af nordlys med præcise oplysninger om, hvor og hvornår de er iagttaget. Den gengivne planche stammer fra en afhandling af Ole Rømer fra 1710 i første bind af *Miscellanea Berolinensia*, der blev udgivet af videnskabsakademiet i Berlin.

1. Figur:
Nordlyset, seet i København d. 1. Februarii A. 1707.



2. Figur:
Nordlyset, seet i København d. 6. Martii 1707.



og alsidige Kratzenstein var tysker, og da *Skrifter* siden 1748 kun udkom på dansk, måtte hans bidrag oversættes fra tysk til dansk. Resultatet var uundgåeligt, at flere af hans undersøgelser forblev ukendte i udlandet. Selskabets uheldige sprogpolitik, der fortsatte indtil 1902, havde flere konsekvenser af lignende art.

Gennem det første århundrede af Selskabets historie var dets rolle ikke blot at udveksle ny viden, men også at iværksætte egne forsknings- og publikationsprojekter. De fleste af de projekter, Selskabet iværksatte eller var involveret i, var orienteret mod videnskabelige rejser og naturhistoriske beskrivelser, men enkelte var relateret til de eksakte og eksperimentelle videnskaber. Således brugte Videnskabernes Selskab i slutningen af 1700-tallet betydelige ressourcer på projekter om længdebestemmelse til søs og var også dybt engageret i det omfattende statslige projekt til geografisk og trigonometrisk opmåling af det danske rige (se nærmere s. 26-30 og 64-68). Den ledende skikkelse i sidstnævnte projekt var astronomen Thomas Bugge,

der i kraft af sin position som sekretær for Selskabet mellem 1801 og 1815 knyttede det stærkt til det geodætisk-topografiske projekt. Selskabets ansvar for projektet ophørte i 1830, da det blev bestemt, at al videre topografisk arbejde skulle henlægges under krigsministeriet.

Bugges efterfølger som Selskabets sekretær, H. C. Ørsted, benyttede ligeledes sin stilling til at iværksætte to større projekter, uden at disse dog var af væsentlig videnskabelig betydning. Det ene af Ørsteds projekter vedrørte geomagnetiske målinger i forbindelse med oprettelsen af et nyt »magnetisk observatorium« ved Den Polytekniske Lærestalt. Som følge af det nye observatorium og dets målinger blev Danmark for første gang repræsenteret i et formaliseret internationalt videnskabeligt samarbejde, nemlig den Magnetiske Union (Magnetischer Verein), der havde sit udspring i Tyskland. Det andet af de af Ørsted igangsatte projekter var et bekosteligt og noget kontroversielt projekt om artesiske brøndboringer, der strakte sig fra



FIGUR 2. En af Gamows afhandlinger i Videnskabernes Selskabs *Meddelelser*, i dette tilfælde i den biologiske og ikke i den matematisk-fysiske række.

1831 til 1848. Det havde en vis geologisk og hygiejnisk betydning, men blev kritiseret for at være snævert nyttebetonet og uden grundvidenskabelig relevans.

Efter den tid ophørte Videnskabernes Selskab, hovedsageligt af økonomiske grunde, med selv at iværksætte større forskningsprojekter inden for de fysisk-matematiske videnskaber. Repræsentanter for disse videnskaber havde til gengæld en stor indflydelse på Selskabet, sådan som det fremgår af rækken af præsidenter. I århundredet 1888-1988 blev præsidentembedet beklædt af en række sværvægttere som Julius Thomsen (kemi, 1888-1909), Niels Erik Nørlund (matematik, 1928-1933), S.P.L. Sørensen (kemi, 1938-1939), Niels Bohr (fysik, 1939-1962), Bengt Strömgren (astronomi, 1969-1975) og Jens Lindhard (fysik, 1982-1988). Igenem hele 1800-tallet gav Selskabet mindre støttebeløb til instrumenter, publikationer og rejser til unge forskere, hvoraf flere senere blev medlem af Selskabet. Af dem, der nød godt af understøttelsen, kan fra midten af århundredet nævnes Ludvig August Colding og Julius Thomsen.

Selv om Videnskabernes Selskab ikke selv var i stand til at støtte dansk naturvidenskab i det 20. århundrede, var man indirekte med til mange forskningsprojekter. Carlsbergfondets bevillingspolitik var i perioder afgørende for, hvilken slags videnskab der kunne dyrkes i Danmark, og fondets ledelse blev valgt af Selskabet, der ad denne vej fik indflydelse på udviklingen og var med til at fastholde Carlsbergfondets fokus på grundforskning.

Selskabets skriftrækker var desuden af indirekte forskningsmæssig betydning, idet flere meget betydningsfulde bidrag til de fysiske og matematiske videnskaber blev udgivet på denne måde i perioden fra omkring 1915 til 1970. Således publicerede den unge Niels Bohr i 1918 en grundlæggende afhandling om kvanteteorien i den naturvidenskabelig-matematiske afdeling af *Skrifter*. Senere udkom flere af Bohrs og hans medarbejders arbejder i Selskabets matematisk-fysiske *Meddelelser*. Også Niels Bohrs yngre broder, matematikeren Harald Bohr, skrev i 1930'erne og 1940'erne vigtige afhandlinger i denne skriftrække om næsten-periodiske funktioner og Dirichlet-rækker. Blandt de ret få udenlandske medlemmer, der benyttede sig af Selskabets publikationer, kan nævnes den alsidige russisk-amerikanske fysiker George Gamow; han skrev flere afhandlinger om kosmologi og andre emner i *Meddelelser*. Endeligt benyttede også Bengt Strömgren sig ved enkelte lejligheder af denne publikationsmulighed. Fra 1917 til 1990 blev der i alt udgivet 41 afhandlinger i de matematisk-fysiske *Meddelelser*.

Ændrede forskningsvilkår

I efterkrigstiden blev forskningspolitiske emner i stigende grad en vigtig del af de diskussioner og aktiviteter, der foregik i regi af Videnskabernes Selskab. I overensstemmelse med Selskabets ånd og formål dækkede disse hele det videnskabelige spektrum, og en del af dem havde deres udspring i eller var motiveret af udviklinger i de fysiske videnskaber. Som baggrund kan et rids over nogle vigtige stadier i dansk forskningspolitik i årene mellem 1945 og 1992 være på sin plads.

Først med den nye verdensorden efter krigsafslutningen opstod der et behov for en egentlig forskningspolitik, der ikke blot var overladt til private aktører, men som i høj grad måtte være en statslig opgave. Den vigtigste af de institutionelle nydannelser i det første tiår var oprettelsen i 1952 af Statens Almindelige Videnskabsfond. Karakteristisk nok blev fonden ofte omtalt som »Statens Carlsbergfond«, og dens midler

var da også af samme relativt beskedne størrelsesorden. Fordelingen af fondens midler blev varetaget af faglige fem-mands kommissioner, hvoraf Videnskabernes Selskab var sikret to pladser i den naturvidenskabelige kommission. Da også de tre andre medlemmer af kommissionen var medlemmer af Selskabet, havde det en betydelig indflydelse i fonden, der på mange måder var den etablerede universitetsforsknings forlængede arm. Den Almindelige Videnskabsfond kunne dog ikke selv iværksætte forskningsprojekter, men kun tildele bevillinger på baggrund af ansøgninger.

Denne situation blev ændret i 1968, da der på forslag af det nye Forsknings Fællesudvalg blev oprettet fem forskningsråd som erstatning for de tidligere kommissioner. Dagsordenen i forskningsrådene blev sat af politikere og embedsmænd snarere end af de videnskabelige samfund, og som noget nyt kunne rådene tage selvstændige initiativer. Videnskabernes Selskab var stadig involveret, men nu kun med indstillingsret. For eksempel indstillede Selskabet i 1968 biokemikeren Heinz Holter og kernefysikeren Ben Mottelson til Statens Naturvidenskabelige Forskningsråd, og af dem valgte ministeriet førstnævnte. I 1972 blev Planlægningsrådet for Forskningen oprettet som et rådgivende organ for regering og Folketing. I dette organ havde Videnskabernes Selskab ingen særlig stilling, men flere af Selskabets medlemmer havde dog sæde der.

I 1989 blev planlægningsrådet afløst af et nyt Forskningspolitisk Råd med tilhørende repræsentantskab. Videnskabernes Selskab blev tildelt en enkelt plads i repræsentantskabet, dog kun sammen med Akademiet for de Tekniske Videnskaber. Den måske vigtigste innovation i periodens forskningspolitik fulgte to år senere med oprettelsen af Danmarks Grundforskningsfond som en uafhængig og meget kapitalstærk fond. Fondens første direktør og bestyrelsesformand indtil 1998 var biokemikeren Peder Olesen Larsen, der tidligere havde været medlem af Planlægningsrådet for Forskningen og også af Nordisk Forskningspolitisk Råd. Startkapitalen var på 2 mia. kroner, og i 2008 blev der tilført fonden yderligere 3 mia. kroner. Den nye fond skulle primært virke gennem oprettelsen af centre (Centres of Excellence) og sekundært ved at tiltrække fremragende udenlandske forskere til såkaldte Niels Bohr-professorater.

Det var hverken første eller sidste gang, Niels Bohrs navn og berømmelse blev brugt forskningspolitisk. Som et slags forarbejde til fejringen af 100-året for Bohrs fødsel indsamlede en privat komité af viden-

skabsmænd og erhvervsledere 12 mio. kroner, der skulle bruges til stipendier til lovende unge naturforskere uden fast ansættelse. Midlerne blev administreret af Videnskabernes Selskab, der også sørgede for udvælgelsen af de 16 stipendiater, der fordelte sig på fagene matematik, zoologi, geologi, fysiologi, astronomi og kemi. Niels Bohr-stipendierne var vigtige i perioden, men de udløb allerede i 1987. I øvrigt blev 100-året i 1985 fejret efter alle kunstens regler, ikke mindst af Videnskabernes Selskab. Om end i en mindre målestok var det samme tilfældet, efter at Aage Bohr og Ben Mottelson i 1975 havde modtaget Nobelprisen i fysik.

Vilkårene for naturvidenskabelig forskning i 1900-tallets sidste tiår var meget forskellige fra dem, der gjaldt ved århundredets midte. Udviklingen i Danmark reflekterede naturligt nok de internationale tendenser, der kan opsummeres i nogle få hovedpunkter, nemlig vækst, kollektivisering, bureaukratisering, globalisering, øget konkurrence og en tendens mod anvendelsesorienteret og tværvideenskabelig forskning. Tendensen mod »big science« i de eksperimentelle videnskaber blev fulgt op af en række internationale projekter og forskningsorganisationer, hvor dansk naturvidenskab nødvendigvis måtte være med.

Blandt de første og største af de internationale organisationer var CERN, det fælleseuropæiske laboratorium for kerne- og partikelfysik, som Danmark tilsluttede sig i 1954 efter først at have foreslået København som sæde for laboratoriet. Kandidaturen førte ikke til noget, men bestræbelserne resulterede indirekte i oprettelsen af NORDITA (Nordisk Institut for Teoretisk Atomfysik) i 1957. I slutningen af 1960'erne var Danmark også kommet med i to astronomiske big science-projekter, nemlig ESRO (European Space Research Organization) og ESO (European Southern Observatory). Bengt Strömberg var aktiv i organisationen af ESO og virkede 1975-77 som præsident for ESO-rådet. Af stor og mere almen betydning var desuden, at Danmark i 1975 tilsluttede sig European Science Foundation (ESF), der snart skulle vise sig som en meget vigtig kilde til forskningsstøtte.

Den moderne matematik

I det 20. århundredes første halvdel blev skellet mellem den rene og den anvendte matematik skærpet, idet en gruppe franske matematikere under pseudonymet Bourbaki nyfortolkede matematikken som et studium af aksiomatisk definerede strukturer. I disse strukturer er aksiomerne i princippet vilkårlige, så længe de ikke strider mod hinanden, og objekterne har intet at gøre

med fysiske objekter. Dermed blev matematikken filosofisk set løsrevet fra den fysiske virkelighed, som havde inspireret den. Men samtidig blev matematikken anvendt mere end nogensinde før både inden for traditionelle områder som astronomi og fysik og inden for nye områder som biologi og økonomi.

I den sidste halvdel af det 20. århundrede fortsatte både den rene og den anvendte matematik ad de spor, der var lagt ud i århundredes første halvdel, og vekselvirkningen mellem den rene og den anvendte matematik blev styrket. Inden for de sidste 40 år har dansk matematik især været anerkendt for bidrag inden for operatoralgebra, algebraisk topologi, statistik og sandsynlighedsregning; i løbet af de senere år også inden for matematisk fysik, algebraisk og aritmetisk geometri samt diskret matematik. Også andre områder af analyse og algebra har danske forskere ydet væsentlige bidrag til.

Forskning i matematisk analyse og algebra

Blandt de strukturer, der påkaldte sig matematikernes interesse i efterkrigstiden, var de såkaldte von Neumann-algebraer og C^* -algebraer, der blev udviklet som ramme for kvantemekanikken. Klassifikationen af de hyperendelige von Neumann-algebraer blev afsluttet i 1984 med et berømt arbejde af Uffe Haagerup. Oprindeligt blev klassifikation af generelle C^* -algebraer anset for at være umulig. Men omkring 1990 påbegyndte George Elliott et arbejde, der involverede snesevis af matematikere over hele verden, og som kulminerede i 2015 med et fuldstændigt klassifikationsresultat for en naturlig klasse af simple C^* -algebraer. Flere danske matematikere bidrog, herunder Gert Kjærgaard Pedersen, Søren Eilers, Mikael Rørdam, Klaus Thomsen og adskillige af deres ph.d.-studerende og postdocs. Det samlede arbejde omfattede hundredvis af artikler og tusindvis af sider.

De nævnte klassifikationsresultater illustrerer, at selv om der inden for matematik stadig er flere enmandsprojekter og -publikationer end inden for naturvidenskaberne, så går udviklingen også her i retning af større samarbejder. Ud over de matematiske problemers voksende kompleksitet er denne udvikling også drevet af bevillingsstrukturen, som kræver stadig større forskergrupper.

Af andre danske bidrag til den matematiske analyse kan nævnes Bent Fugledes studier af potentialteori og Christian Bergs undersøgelser af såkaldte indeterminerede momentproblemer, hvor der er uendeligt man-

ge forskellige løsninger. Det sidstnævnte område kombinerer kompleks analyse og klasser af specielle funktioner, herunder ortogonale polynomier, og var emnet for et internationalt symposium i Videnskabernes Selskab i 2012. Inden for emnet geometrisk analyse har danske matematikere medvirket til at videreudvikle analysen af symmetriske rum. I den forbindelse optræder naturligt et matematisk problem, der er helt analogt til opløsningen af et lyd- eller lyssignal i rene svingninger eller farver. Dette problem er blevet fuldstændigt løst i perioden mellem 1980 og 2005 af en international gruppe af matematikere, som omfatter Mogens Flensted-Jensen og Henrik Schlichtkrull.

Med støtte fra flere store bevillinger fra bl.a. EU og Grundforskningsfonden har Henning Haahr Andersen siden 1980 stået i spidsen for en gruppe forskere ved Matematisk Institut, Aarhus Universitet, som har specialiseret sig i repræsentationsteori. I begyndelsen var fokus på repræsentationer af Lie-algebraer og algebraiske grupper. I midten af 1980'erne kom kvantegrupper på banen, hvilket førte til løsningen af et 40 år gammelt fundamentalt problem inden for modulær repræsentationsteori. Løsningen er gyldig for alle tilstrækkeligt store primtal, og senere har Haahr Andersen og mange andre arbejdet på at udvide resultatet til at gælde alle primtal. Det har involveret et grundlæggende studium af en ny klasse af repræsentationer, de såkaldte tilting-moduler. Gennem de sidste år er tilting-teorien blevet hovedingrediens i en helt ny udvikling i modulær repræsentationsteori.

Danske algebraiske topologer har traditionelt haft fokus på to emneområder, nemlig algebraisk K -teori og modulirum af mangfoldigheder. Senest er homotopisk gruppeteori blevet et vigtigt forskningsområde. Til forståelsen af algebraisk K -teori har Ib Madsen og andre danske matematikere ydet banebrydende bidrag gennem indførelse og udvikling af topologisk cyklisk homologi. Et dansk hovedresultat i anvendelsen af dette område er Lars Hesselholts og Ib Madsens bevis for den såkaldte Quillen-Lichtenbaum-formodning for lokale tallegemer. Sammen med Michael Weiss har Madsen, støttet af en bevilling fra European Research Council (ERC), også givet et sensationelt bidrag til teorien for den topologiske struktur af Riemanns modulirum, som indtager en central placering i matematik og fysik. Dette bidrag, der stammer fra starten af det 21. århundrede, gav anledning til en heftig international aktivitet, som stadig foregår i dag. Som en del af denne aktivitet blev Søren Galatius tildelt Selskabets sølvmedalje i 2009.



FIGUR 3. Algebraiske topologer (Ib Madsen og Lars Hesselholt) på arbejde. Den gamle kridttavle er stadig populær blandt matematikere. De intuitive geometriske figurer er en uvurderlig del af forskningsprocessen, men de optræder sjældent i de publicerede artikler.

Grafteori, statistik og matematisk fysik

Grafteori er den gren af matematikken, der undersøger abstrakte netværk. En af pionererne var den danske matematiker Julius Petersen. Sidenhen er faget vokset eksplosivt, ikke mindst på grund af vekselvirkning med andre matematiske fag samt anvendelser i ingeniørfag (elektriske netværk), operationsanalyse (optimering) og teoretisk datalogi (algoritmer). Carsten Thomassens bidrag til flere emner inden for strukturel grafteori blev i 2013 støttet af en ERC-bevilling. Mikkel Thorup har ydet fundamentale bidrag til algoritmisk grafteori, herunder den første algoritme til at finde den korteste vej, som løber i kun lineær tid.

Ikke bare grafteori, men de fleste områder af matematikken er inden for de sidste 40 år blevet påvirket af computerens fremkomst og stadig større regnekraft. Computere tillader matematikere at lave eksperimenter i stil med naturvidenskabelige eksperimenter. Sådanne eksperimenter vil normalt føre til formodninger, som matematikerne så må bevise på traditionel vis. I enkelte tilfælde har computere dog også været med til at bevise matematiske sætninger, bl.a. den berømte firefarvesætning, som siger, at man kan nøjes

med fire farver, hvis man skal farvelægge et kort, så to vilkårlige nabolande har forskellig farve. Computerberegninger indgår også centralt i de fleste anvendelser af matematik og statistik.

Et af de vigtigste resultater inden for den matematiske fysik er beviset for stabilitet af stof på makroskopisk skala. Dette problem har i flere årtier optaget nogle af de mest fremtrædende matematikere og fysikere, herunder pioneren Freeman Dyson. Et vigtigt bidrag til at forstå stabiliteten, når magnetiske vekselvirkninger også tages i betragtning, blev leveret i 1995 af Jan Philip Solovej. I 2006 kunne han endvidere bevise en tidligere formodning af Dyson vedrørende stofs stabilitet i forhold til den superflydende tilstand. Hans bevis var ikke blot af betydning for forståelsen af makroskopisk stabilitet, men gav også for første gang en matematisk verifikation af teorien for superfluiditet. Solovejs forskning er fra 2013 blevet støttet af en ERC-bevilling.

Danske statistikere har ydet centrale bidrag til udviklingen af metoder til analyse af observationer fra stokastiske processer og til den underliggende teori. Sådanne metoder er gjort mulige af de store fremskridt i moderne sandsynlighedsregning i de sidste 50

år. I miljøerne omkring Ole Barndorff-Nielsen og Michael Sørensen har der været særlig interesse for stokastiske differentiaalligninger, som er sædvanlige differentiaalligninger, hvortil der er føjet mere eller mindre komplicerede former for tilfældig støj. Disse modeller er centrale i moderne finansieringsteori, men finder også stadig større udbredelse i mange andre fag. I de senere år har der været stor interesse for teorien for højfrekvens-asymptotik, som beskriver og udnytter den ekstra information, der opnås, når en stokastisk proces observeres meget ofte.

Barndorff-Nielsen og en gruppe forskere omkring ham har udviklet teorien for ambit-processer, hvor den dynamiske udvikling er bestemt af integralet af stokastiske elementer fordelt i tid og rum i en såkaldt ambit-mængde. Teorien er blandt andet udviklet som en alternativ model for turbulens og har krævet helt nye udviklinger i den stokastiske analyse.

Susanne Ditlevsen har sammen med den betydelige forskergruppe, hun har opbygget, udviklet metoder, der muliggør anvendelse af stokastiske differentiaalligninger til modellering og dataanalyse af mange biologiske processer, ikke mindst i neurovidenskab og fysiologi. Forskningen i statistik for stokastiske processer har fået betydelig støtte fra blandt andet EU. Fra 1998 til 2004 støttede Grundforskningsfonden et center i Mathematical Physics and Stochastics ledet af Barndorff-Nielsen til 2003.

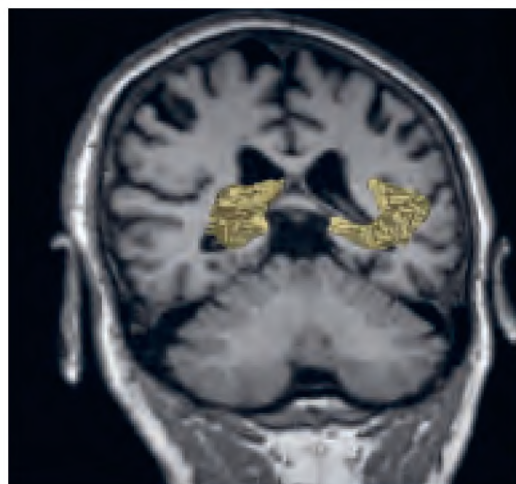
Søren Johansens bidrag til den statistiske teori for tidsrækker har vundet stor international anerkendelse. Han var i perioden 1990-2000 verdens mest citerede økonom og nævnes ofte som den dansker, der har været tættest på at få Nobelprisen i økonomi. Inspireret af økonomiske anvendelser har han sammen med Katarina Juselius udviklet nyttige metoder på basis af sandsynlighedsteori og matematisk statistik, som har

fundet anvendelser i centralbanker og finansielle institutioner over hele verden. Et andet emne inden for økonomi, som er studeret med matematiske metoder, er modellering af kreditrisiko. David Lando formulerede i 1990'erne en klasse af modeller, som er særdeles velegnede til at studere virksomhedsobligationer. Modellerne har desuden vist sig nyttige i studiet af finansielle friktioner, sådan som de optrådte i forbindelse med finanskrisen fra 2008. I 2012 modtog Lando en bevilling fra Danmarks Grundforskningsfond til et Center of Excellence med netop det formål at studere betydningen af finansielle friktioner i finansielle markeder.

I de sidste 20 år har matematiske og statistiske metoder vist sig relevante for risikomanagement i banker og forsikringsselskaber. I denne sammenhæng har Thomas Mikosch udviklet modeller for ekstreme hændelser i finans og forsikringer og deres statistiske analyser. Hans bog om ekstreme hændelser fra 1997 er en klassiker.

I 1980'erne udviklede bl.a. Steffen Lauritzen modeller baseret på grafteoretiske begreber til at beskrive, forstå og analysere sammenhænge mellem systemer af mange stokastiske variable. Sådanne grafiske modeller har fundet en lang række anvendelser, for eksempel i kunstig intelligens, diskussion af kausale strukturer, samt inden for det genetiske og rets genetiske område. Lauritzens bog fra 1996 er blevet et standardværk inden for området.

Endelig har matematisk biologi været i rivende udvikling gennem det sidste tiår. Emner inden for molekylærbiologi er begyndt at interessere rene matematikere, der kan anvende resultater fra deres egne emneområder til at forstå og beskrive de biologiske fænomener generelt. Man kan i en vis udstrækning tale om,



FIGUR 4. Grundlæggende segmenteringer (udarbejdet af ph.d. Lauge Sørensen) af hippocampus (venstre og højre hippocampus), der er vist som tredimensionelle renderinger ovenpå en T1-vægtet MRI-skive. Segmenteringerne er foretaget med programmet FreeSurfer, som er en udbredt programpakke til analyse af hjernescanninger. Segmenteringerne kan bl.a. bruges til at udregne volumen af forskellige dele af hjernen, som kan afspejle atrofi og er en udbredt type billed-biomarkør inden for neurologi, fx i arbejdet med Alzheimers sygdom, hvor volumen af hippocampus er godkendt af European Medicines Agency (EMA) til brug i kliniske trials til udvælgelse af patienter, som endnu ikke er demente, men sandsynligvis vil blive det.



FIGUR 5. To billeder fra datamaternes tidlige historie i Danmark. Til venstre Niels Ivar Bech, Willy Heise, Bent Scharøe Petersen og H. B. Hansen, der arbejder med DASK på Regnecentralen, 1957. Til højre et stemningsbillede fra Datacentralen 1968. Dansk Datahistorisk Forening.

at fokus i den matematiske biologi er flyttet fra modelering til teoridannelse. Carsten Wiuf fra Københavns Universitet har specielt bidraget til anvendelser i systembiologi og den matematiske forståelse af sammenhænge inden for og mellem klasser af deterministiske og stokastiske modeller af samme biologiske fænomen. De store og komplekse datamængder, som indeholdes i elektronmikroskopiske billeder af biologiske systemer, nødvendiggør stokastiske analyser. Dansk forskning af sådanne stereologiske metoder er førende på verdensplan. Forskningen er bl.a. foregået ved Centre for Stochastic Geometry and Advanced Bioimaging ved Aarhus Universitet ledet af Eva Vedel Jensen.

Datalogi

På trods af datalogiens i denne sammenhæng korte historie har Danmark en stærk og vigtig forsknings-tradition inden for den teoretiske datalogi, som udspringer af matematikken.

Således var Center for Teoretisk Datalogi (BRICS) et af de centre, som i 1993 blev oprettet i den første runde af grundforskningscentre. Centret dækkede teoretisk datalogi meget bredt og inkluderede områderne kompleksitetsteori, algoritmik, logik, semantik, programmeringssprog og kryptologi. Danmarks stærke position inden for kompleksitetsteori og algoritmik

har også ledt til oprettelsen af grundforskningscentret Center for Massive Data Algorithmics (MADALGO) i 2007, og det af Grundforskningsfonden støttede dansk-kinesiske Center for the Theory of Interactive Computation i 2011. Begge centre er støttet indtil 2017. MADALGO ledes af Lars Arge og fokuserer på udviklingen af algoritmer og datastrukturer til effektiv håndtering af meget store datamængder, fx ved at udvikle algoritmer, der er effektive i modeller, som realistisk afspejler hukommelseshierarkierne i moderne maskiner. Centret har ikke blot opnået stor international anerkendelse for sit teoretiske arbejde, men har også arbejdet mere anvendelsesorienteret med fx biodiversitet i samarbejde med Jens-Christian Svenning og med vurdering af oversvømmelsesrisiko ved brug af meget detaljerede (og derfor store) modeller af terrænoverflader. Arbejdet med oversvømmelsesrisiko har ledt til den succesfulde virksomhed SCALGO. Arge modtog i 2010 EliteForsk-prisen for sin forskning og blev i 2012 valgt til Fellow of the Association of Computing Machinery. Arge har siddet i Præsidiets for Videnskabernes Selskab siden 2015 og blev i 2016 valgt som Selskabets generalsekretær.

Inden for algoritmer og datastrukturer har Mikkel Thorup også været et fyrtårn inden for den danske forskning. Thorup har bidraget med mange fundamentale resultater, fx en meget effektiv algoritme til løsning af korteste-vej-problemet. Thorup arbejdede

fra 1998 til 2013 på AT&T Labs-Research, hvor flere af hans algoritmer fandt anvendelse inden for internet routing. Siden 1993 har Thorup ledet forskningsgruppen Efficient Algorithms and Data Structures på Københavns Universitet. Thorup er Fellow of the Association for Computing Machinery og modtog i 2015 Villum Kann Rasmussens Årslegat til Teknisk og Naturvidenskabelig Forskning.

Et andet vigtigt forskningsområde i relation til håndteringen af store datamængder er databaseforskning, som Christian S. Jensen har ledet opbygningen af på Aalborg Universitet. Jensen disputerede i 1999 med afhandlingen *Temporal Data Management*. Fra dette arbejde kan specielt fremhæves udforskningen af et nyt temporalt SQL-sprog (Structured Query Language) og dets effektive realisering i eksisterende databasesystemer. Senere skiftede fokus til håndteringen af data med referencer til både sted og tid, kaldet spatio-temporale data. Her har forskerne ved Aalborg Universitet bidraget væsentligt til udviklingen af indiceringssteknikker, der muliggør meget effektive søgninger i enorme datamængder. Bl.a. denne forskning ledte til, at Christian S. Jensen modtog Villum Kann Rasmussens Årslegat til Teknisk og Naturvidenskabelig Forskning 2011. Senest har en væsentlig del af forskningen omhandlet teknikker, der udnytter positionsdata fra køretøjer til at muliggøre beregninger af nye slags ruter i vejnetværk. Jensen er Fellow of the Association for Computing Machinery og Fellow of Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE).

Danmark har også en stærk forskningstradition inden for modellering, verifikation og analyse af indlejrede systemer (cyber physical systems). På dette felt har Kim Guldstrand Larsen ledet en lang række projekter inden for både grundforskning og mere anvendelsesorienteret forskning, samlet i Center for Embedded Systems på Aalborg Universitet. Larsen er specielt kendt for sit arbejde med UPPAAL, et værktøj til verifikation og analyse af realtidssystemer. Desuden har han udviklet nye teoretiske modeller og logikker målrettet kvantitative analyser af parallelle indlejrede systemer. Hans forskning har bl.a. nydt godt af Grundforskningsfonden, der støttede Dansk-Kinesisk Center IDEA4CPS i 2011, og han modtog i 2015 et ERC Advanced Grant fra EU. Han er æresdoktor både ved universitetet i Uppsala og ved École Normale Supérieure Cachan (ENS Cachan) i Frankrig, og i 2016 modtog han Grundfosprisen.

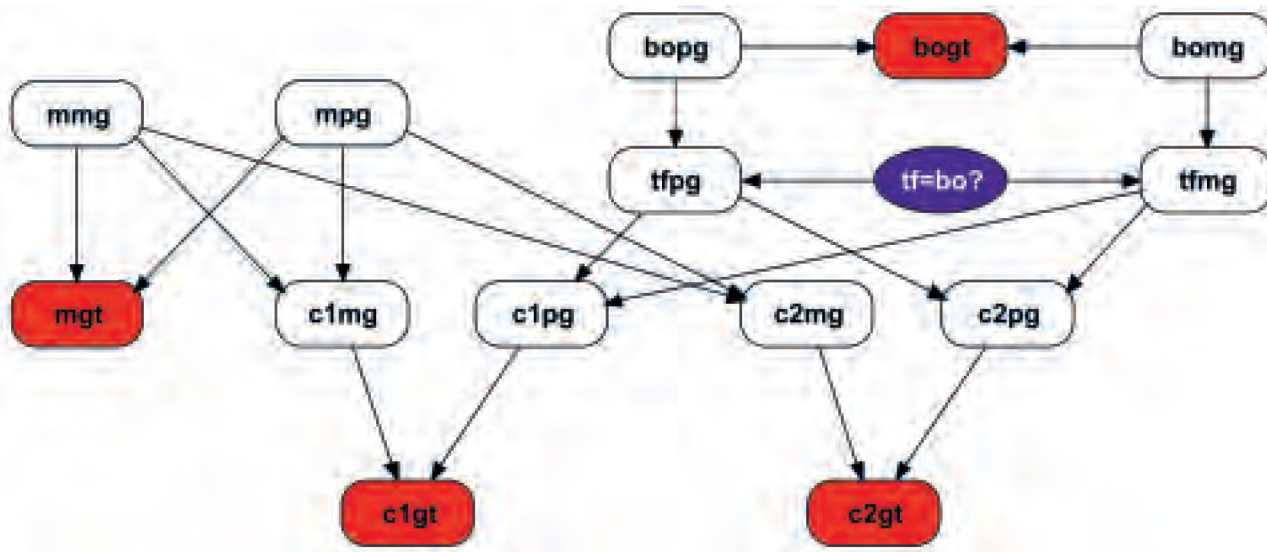
Programmeringssprog er et af de områder, hvor Danmark har været førende meget længe. Allerede i 1960 var Peter Naur redaktør på en rapport om pro-

grammeringssproget Algol (*Report on the Algorithmic Language ALGOL 60*), som blev meget betydningsfuld. Han bidrog også til udviklingen af BNF (Backus Naur Form), formalismen til at beskrive syntaksen for programmeringssprog. I 2005 modtog han den højeste udmærkelse inden for datalogien, ACM Turing Award, for sine fundamentale bidrag til programmeringssprog- og oversætter-design.

I begyndelsen af 1980'erne initierede og ledte Neil D. Jones sammen med TOPPS-gruppen på datalogisk institut på Københavns Universitet forskning inden for udviklingen af nye metoder til at behandle programmer som data. Gruppen blev specielt kendt for udviklingen af partiel evaluering, en form for automatisk programoptimering, og som en milepæl står Neil D. Jones, Carsten K. Gomard og Peter Sestofts bog *Partial Evaluation and Automatic Program Generation*, der blev publiceret i 1993. Jones blev valgt til Fellow of the Association of Computing Machinery i 1998 og modtog i 2014 ACM SIGPLAN Programming Languages Award for sine forskningsbidrag inden for programmeringssprog. Et andet signifikant bidrag gjaldt udviklingen af programmeringssproget Standard ML: Mads Tofte var medforfatter til bogen *The Definition of Standard ML*, som er den første matematiske beskrivelse af semantikken for et fuldt programmeringssprog. Mads Tofte ledte endvidere forskning inden for »region-based memory management«, en ny implementationsteknik for ML, som blev implementeret i ML Kit-oversætteren, og hvortil også Lars Birkedal bidrog.

Gennem 2000'erne ledte Lars Birkedal opbygningen af en forskningsgruppe inden for Programmering, Logik og Semantik på IT-Universitetet i København, fra 2013 på Aarhus Universitet. Birkedals gruppe har fokuseret på udviklingen af nye matematiske modeller og logikker til at beskrive og analysere programmer og typeteorier. I de senere år har gruppen specielt forsket i nye programlogikker, der kan bruges til at ræsonnere om realistiske programmer skrevet i moderne programmeringssprog, som kombinerer en række programmeringssprogs-elementer, der er udfordrende at modellere, men som er meget vigtige i praktisk programmering. Birkedal modtog EliteForsk-prisen i 2013.

Inden for billedbehandling har danske forskere også ydet signifikante forskningsbidrag. En af de store udfordringer er, at der er utrolig megen information i et billede, hvad der gør det vanskeligt at behandle billeder automatisk. Derfor er det vigtigt at udvikle teknik-



FIGUR 6. Grafisk model i form af et såkaldt objektorienteret bayesiansk netværk, som beskriver relationer mellem en gruppe individer, hvoraf en eftersøgt person potentielt kunne være identisk med en far til to navngivne børn (c1 og c2) hvis moder (m) også kendes. Ud fra genotypebestemmelser af de involverede individer (repræsenteret med rød farve) kan sandsynligheden for, at det ukendte individ er identisk med den eftersøgte person (tf=bo?), beregnes effektivt. Hver af de afrundede kasser indeholder igen et bayesiansk netværk af samme type, som beskriver en grafisk model for de genetiske processer, der er involveret.

ker, der kan udtrække den til et givet formål mest relevante information. Peter Johansen har siden 1970'erne bl.a. udviklet nye matematisk baserede teknikker, der kan bruges til at nedskalere et billede, så det dels bliver nemmere at finde relevant information, dels bliver muligt at rekonstruere billedet tilstrækkelig præcist. Peter Johansens teoretiske grundlag for billedanalyse er siden blevet komplementeret med anvendelser specielt inden for medicinsk billedbehandling, som Mads Niensens gruppe har stået i spidsen for.

Endelig er der grund til at nævne kryptologi som et af de felter, hvor danske forskere er blandt de førende i verden. Specielt har Ivan Damgaard ledet opbygningen af en forskningsgruppe på Aarhus Universitet, som bl.a. er kendt for deres arbejde med såkaldt secure multiparty computation, der gør det muligt at beregne en fælles funktion baseret på private data fra en række forskellige parter, samtidig med at de forskellige parter ikke offentliggør deres private data. Ivan Damgaard blev i 2010 udnævnt til Fellow of the International Association of Cryptologic Research, og i 2015 modtog han et ERC Advanced Grant fra EU.

De fysiske videnskaber i nyere tid

Hvad der her betegnes de »fysiske videnskaber«, er ikke et veldefineret begreb, men dækker i det væsentlige fysikken og de videnskaber, der i betydelig

grad bygger på fysikkens love, metoder og resultater. Hertil hører først og fremmest astronomien og kemien. Meget af forskningsindsatsen foregår inden for tværvideenskabelige områder, hvor to eller tre af de klassiske discipliner indgår i form af fx kemisk fysik, astrofysik og kosmologi. Men i det brogede landskab af de fysiske videnskaber er også repræsenteret dele af de traditionelt naturhistoriske områder som geologi og biologi. Eksempler kan være biofysik, geokemi, geofysik og endog astrobiologi.

En helt anden form for tværvideenskabelige studier dyrkes inden for de matematisk-naturvidenskabelige fags videnskabshistorie og -filosofi. Videnskabshistorie som akademisk disciplin var i Videnskabernes Selskab først repræsenteret af Olaf Pedersen og i nyere tid af Jesper Lützen og Helge Kragh. Det er måske karakteristisk for videnskabshistoriens iboende tværvideenskabelige karakter, at Kragh er medlem af den humanistiske klasse, mens Lützen, der primært er matematikhistoriker, er medlem af den naturvidenskabelige klasse. I øvrigt har også filosofen Carl Henrik Koch bidraget med videnskabshistoriske arbejder, ikke mindst en vægtig biografi om Isaac Newton, der udkom i 2013.

Blandt de symposier og større arrangementer, Videnskabernes Selskab har bidraget til, har nogle haft videnskabshistorisk karakter. Således blev 200-året for Caspar Wessels afhandling om »Directionens analytiske Beregning« i 1998 mindet med et symposium ar-

rangeret af Selskabet i samarbejde med Lützen. Desuden må fremhæves en international konference i 2013 i anledning af 100-året for Niels Bohrs atomteori, der blev til i et samarbejde mellem Niels Bohr Arkivet (ved Finn Aaserud) og Selskabet. Bidragene blev publiceret af Selskabet i et bind af den nye skriferække *Scientia Danica*, redigeret af Aaserud og Kragh. Sidstnævnte publicerede i 2016 en omfattende biografi om kemikeren Julius Thomsen, der som nævnt var præsident for Videnskabernes Selskab fra 1888 til sin død i 1909. En anden væsentlig videnskabshistorisk publikation i Selskabets skriferække var H. C. Ørsteds rejsebrev, der på dansk og engelsk blev udgivet af Karen Jelved og fysikeren Andrew Jackson. Mens de to førstnævnte bøger udkom i den fysisk-matematiske afdeling af *Scientia Danica*, udkom sidstnævnte i den humanistiske afdeling. Bidragene til Wessel-symposiet fra 1998 blev publiceret som et nummer af Selskabets matematisk-fysiske *Meddelelser*.

Fysik

Omkring 1990 var den såkaldte standardmodel for de tre fundamentale vekselvirkninger og deres tilknyttede elementarpartikler i det væsentlige på plads. Standardmodellen er en forenet teori, men den omfatter ikke tyngdekraften eller den gravitationelle vekselvirkning og er derfor ikke en teori for »alting«. Forsøg på at inkludere tyngdekraften inden for kvantemekanikkens rammer i form af en teori for kvantegravitation er herhjemme blevet udforsket på forskellig vis af bl.a. Jan Ambjørn og Charlotte Fløe Kristjansen, der begge er tilknyttet Niels Bohr Institutet. Ambjørn arbejder med en teori (Causal Dynamical Triangulation, CDT), der ikke kræver supersymmetri eller flere end de sædvanlige fire dimensioner af rumtiden. Teorien minder på flere måder om et andet og bedre kendt alternativ til kvantegravitation, Loop Quantum Gravity eller LQG. Selv om CDT-teorien måske er noget ukonventionel, bliver den betragtet som interessant, sådan som det fremgår af en stor bevilling, som ERC i 2011 tildelte Ambjørn til videre udvikling af teorien.

Ambjørns foretrukne teori er helt anderledes end den populære strengteori, der blev foreslået omkring 1970, og hvor et af de tidligste bidrag skyldes Holger Bech Nielsen, der også er medlem af Det Norske Videnskabs-Akademi. I 2001 blev han af den tyske Alexander von Humboldt Fond tildelt Humboldt-prisen for sin forskning i teoretisk fysik. Ud over sine videnskabelige bidrag er Bech Nielsen kendt i den brede offentlighed for sine populære, finurlige og originale

fremstillinger af uforståelig fysik om alting og ingenting. Kristjansen undersøger blandt andet muligheden for at integrere elementer af partikelteori og strengteori for derved at kunne forudsige målelige konsekvenser af strengteorien. Hun er desuden involveret i Ambjørns nævnte forskningsprojekt.

Der er en verden til forskel mellem strengteori og den form for fysik, Per Bak stod for og advokerede for fra omkring 1980 til sin alt for tidlige død i 2002. Bak er måske den eneste danske naturforsker, der i vor tid har givet anledning til, hvad nogle betegner som et nyt paradigme. Hans studier af kritiske fænomener og faseovergange førte ham til komplekse systemers dynamik og i 1987 til en generel teori om »selvorganiseret kritikalitet« med anvendelser inden for en mangfoldighed af naturfænomener. Teorien vandt stor opbakning og resulterede i en sand lavine af ny forskning, men den mødte også en del kritik. Sammen med Kim Sneppen udviklede Bak i 1993 en model for biologisk evolution på basis af ideen om selvorganiseret kritikalitet. I 1996 formulerede han sine tanker for et bredt publikum i bogen *How Nature Works*, der hurtigt opnåede status af en populærvidenskabelig bestseller. Bak var ikke blot en karismatisk og innovativ fysiker, men også – som flere andre af Selskabets medlemmer – en skarp kritiker af, hvad han og andre så som grundvidenskabens ringe vilkår i Danmark.

Baks fokus på komplekse og kaotiske systemer i såvel naturen som i samfundet er i en vis forstand blevet ført videre af Mogens Høgh Jensen, Kim Sneppen, Tomas Bohr, Søren Brunak og andre. Brunak har især forsket i neurale netværk og bioinformatik. Efter 25 år ved Danmarks Tekniske Universitet (DTU) overgik han i 2015 til en ledende stilling ved et nyt center for proteinforskning ved Københavns Universitet finansieret af Novo Nordisk Fonden. En anden af Baks kolleger i København var den kroatisk fødte og amerikanske uddannede Predrag Cvitanović, der indtil 2001 var leder af Center for Chaos and Turbulence Studies (CATS) ved Niels Bohr Institutet, og som har ydet vigtige bidrag til forståelsen af kaotiske systemers dynamik.

Ud over sin omfattende videnskabelige aktivitet har Høgh Jensen også været meget aktiv i Videnskabernes Selskab. Han virkede fra 2011 som Selskabets sekretær og blev i 2016 valgt som dets præsident. I en periode var han centerleder for CATS, og han har siden 2005 arbejdet sammen med Sneppen som leder af Center for Models of Life (CMOL). I et stort antal artikler har han og hans medarbejdere studeret komplekse systemer, herunder turbulens i væsker og frak-

tale strukturer i biologiske systemer. Høegh Jensen har modtaget megen hæder for sin forskning, bl.a. da han i 2011 blev tildelt den norske Gunnar Randers Fysikpris. Interessen for biofysik, turbulens og kompleksitet deler han med Tomas Bohr fra DTU, der især har arbejdet med matematiske modeller for væskers opførsel i naturlige systemer. Sammen med Høegh Jensen og to italienske fysikere udgav Tomas Bohr i 1998 monografien *Dynamical Systems Approach to Turbulence*.

Ligesom studiet af kompleksitet og kaos er ret nye områder i fysikken, er det også tilfældet med nanofysik eller mere generelt nanovidenskab og nanoteknologi. Studiet af nanomaterialer stammer i det væsentlige fra 1980'erne og har siden da udviklet sig eksplosivt, ikke mindst på grund af de meget store teknologiske og økonomiske interesser, der er knyttet til forskningsfeltet. Det er i sit væsen tværfagligt og omfatter nok så meget kemi som fysik. Ja, selv biologi og medicin har aktier i nanovidenskaben.

Herhjemme var Flemming Besenbacher fra Aarhus Universitet pioner på området, da han og et par medarbejdere i 1986 byggede et af de avancerede apparater, der er afgørende i nanoforskningen: et scanning-tunnelmikroskop. Senere iværksatte han det store iNANO center (Interdisciplinary Nanoscience Center), hvis leder han var fra 2002 til 2012. Bortset fra sin meget aktive forskning i nanovidenskab har Besenbacher engageret sig i industrielle og forskningspolitiske opgaver, herunder at etablere tætte forbindelser til forskningsinstitutioner i Kina. I 2005 blev han af Videnskabernes Selskab udpeget som medlem af bestyrelsen for Carlsbergfondet, og i 2012 blev han formand for denne rige og magtfulde fond. Men det er ikke kun i Aarhus, nanovidenskaben blomstrer. I København har Thomas Bjørnholm været den ledende skikkelse og har 2003-2010 stået i spidsen for et regionalt center for nanovidenskab og -teknologi. Hans baggrund er ikke i fysik, men i materialekemi. Ligesom Besenbacher har Bjørnholm modtaget adskillige videnskabelige priser og udmærkelser, og han har flere hverv inden for forskningspolitik og erhvervsliv. I 2010 blev han prorektor for Københavns Universitet.

De tætte forbindelser mellem nanoforskningen og praktiske anvendelser heraf illustreres yderligere af to af Selskabets yngre kvindelige medlemmer, Anja Boisen og Lene B. Oddershede, der er professorer ved hhv. DTU og Niels Bohr Institutet. Som sektionsleder på DTU Nanotech siden 2005 har Boisen især arbejdet med udvikling og anvendelse af nanoteknologiske sensorer, der har anvendelsesmuligheder inden for mange områder. Oddershedes brug af nanovidenskaben er

knyttet til kræftforskningen og mere generelt til grænsefladen mellem fysik og biomedicin. Meget af hendes arbejde foregår inden for rammerne af det i 2015 etablerede grundforskningscenter StemPhys (Center for Stem Cell Decision Making), som hun er leder af, og det omtrent samtidige LANTERN-projekt (Laser-Activated Nanoparticles for Tumor Elimination) finansieret af Novo Nordisk Fonden.

Materialeforskning af en anden art end i nanovidenskaberne finder sted på RUC, hvor Jeppe Dyre siden 2005 har været leder af et succesrigt forskningscenter for »Glas og Tid«, som også hedder Center for Seje Væskers Dynamik. Dyre og hans kolleger er førende inden for glasforskning, hvor det bl.a. handler om at forstå, hvad der sker på det molekylære niveau, når en sej væske bliver til glas. Det tværfaglige arbejde er blevet rundhåndet støttet af Grundforskningsfonden og har resulteret i en lang række videnskabelige artikler, heraf flere i tidskriftet *Nature*. I 2016 bidrog Innovationsfonden til et nyt projekt under centret, denne gang af en mere praktisk art, idet det drejer sig om at reducere den rullemodstand, køretøjer har mod kørebanens asfalt. Ved at udvikle nye overfladebelægninger vil Dyre og hans gruppe sænke bilers modstand på vejene og dermed også reducere brændstofforbruget.

En stor del af moderne fysisk forskning i både indland og udland fokuserer på lyset og de fotoner, der udgør det, og som beskrives af kvantemekanikken. Inden for dette brede område af kvanteoptik og »fotonik« er Lene Vestergaard Hau måske den mest omtalte og succesrige danske fysiker. Hau fik sin ph.d.-grad fra Aarhus Universitet i 1991, men har siden 1999 tilbragt sin forskertilværelse som professor ved Harvard University. Her skabte hun og hendes kolleger i 2001 en mindre sensation ved at stoppe lyset ved hjælp af en særlig form for stærkt afkølet stof, et Bose-Einstein-kondensat. Hun blev kendt som »kvinden der stoppede lyset«. I eksperimentelle undersøgelser har Hau studeret udvekslingen af information mellem stof og lys og på denne måde været i stand til at kontrollere og manipulere optisk information. Forsiden af *Nature* fra 8. februar 2007 var helliget Haus eksperimenter. Ved et stort arrangement på Carlsberg Akademiet i 2011 modtog hun, indstillet af Videnskabernes Selskab, Carlsbergfondets Forskningspris. Tre år tidligere var hun blevet indvalgt som udenlandsk medlem af det svenske videnskabsakademi.

Kvanteoptik og tilknyttede områder dyrkes herhjemme af især forskergrupper i København og Aarhus ledet af bl.a. Eugene Polzik og Klaus Mølmer.

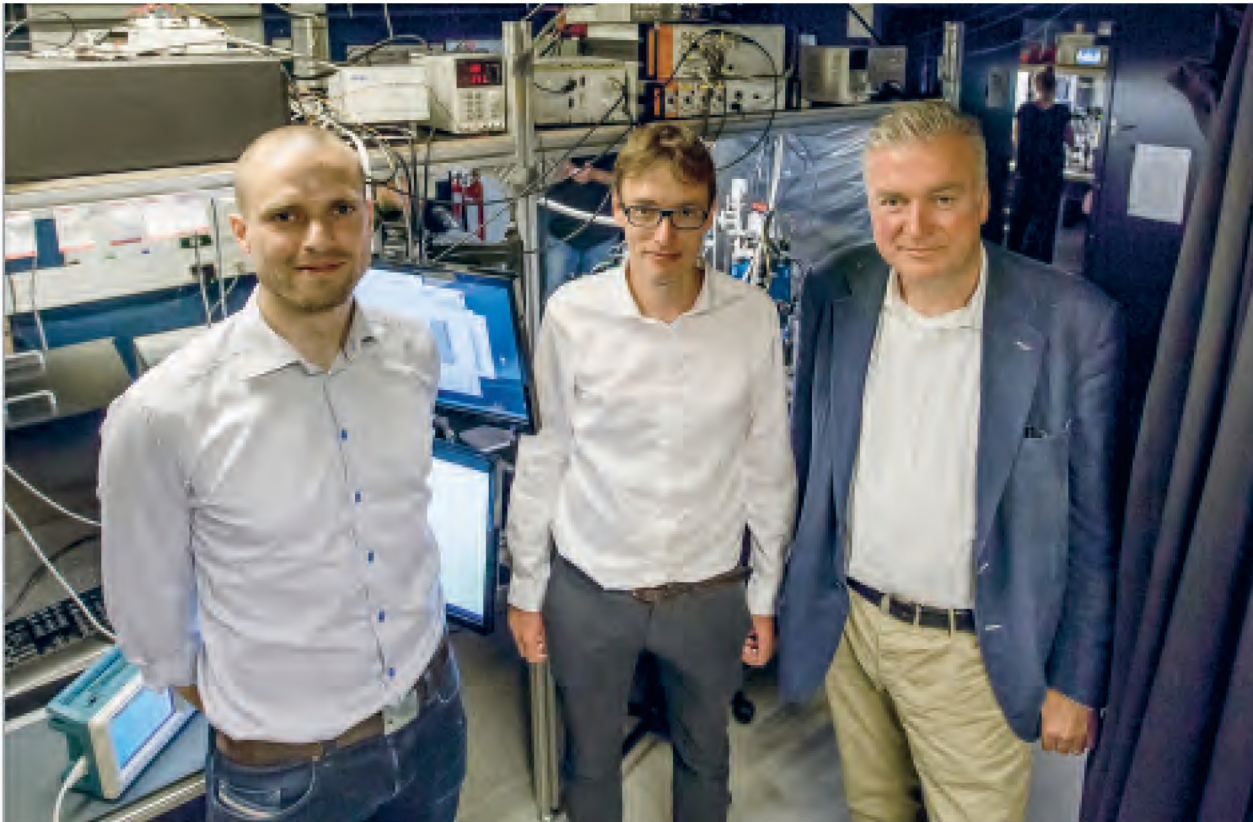


FIGUR 7. Fra tildelingen af Carlsbergfondets Forskningspris til Lene Hau (forrest til venstre) og filosofen Dan Zahavi (nr. 2 fra højre) på Carlsberg Akademiet i 2011. Sidstnævnte modtog den humanistiske pris. De øvrige personer er Flemming Besenbacher (daværende medlem af Carlsbergfondets bestyrelse), Søren-Peter Olesen (daværende sekretær for Selskabet), Kirsten Hastrup (daværende præsident for Selskabet) og Povl Krogsgaard-Larsen (daværende formand for Carlsbergfondets bestyrelse).

Som leder af forskningscentret Quantop ved Niels Bohr Institutet har den russiskfødte Polzik spillet en central rolle i den nye videnskab om informationsoverførsel mellem lys og atomer i sammenfiltrede tilstande (quantum entanglement). I 2013 modtog han fra ERC 18 mio. kroner til et nyt projekt, hvis mål er at indarbejde kvanteinformation i nano-elektroniske kredsløb og på længere sigt at bidrage til udviklingen af en kvantecomputer. Et andet aspekt af denne forskning er kvante-teleportation, dvs. overførsel af fysiske tilstande mellem to rumligt adskilte systemer af atomer. Det lykkedes i 2013 for Polziks gruppe at påvise teleportation mellem to beholdere med en afstand af 2 meter. Jesper Nygård ved Niels Bohr Institutet arbejder med kvanteelektronik, biosensorer og nanofysik, og han er desuden medstifter af firmaer til udnyttelse af viden fra disse forskningsområder.

I 2011 blev Peter Lodahl ansat som professor ved Niels Bohr Institutet, hvor han leder en forskningsgruppe i kvantefotonik, hvis formål bl.a. er at studere sammenhænge mellem kvanteoptik og nanofysik. Den nære forbindelse mellem grundforskning og kommercielle teknologiske interesser inden for dette område understreges af, at Lodahl og hans kollega, lektor Søren Stobbe, i 2016 dannede firmaet »Sparrow Quantum« til udvikling og produktion af en ny type optisk chip. Denne enkeltfotonkilde forventes at kunne bruges i fremtidens kvantecomputer, og bl.a. af denne grund har det nye firma været i stand til at tiltrække betydelig kapital, ikke blot fra Innovationsfonden men også fra private investorer.

I Aarhus dyrkes noget lignende forskningsområder af Mølmer, der 2006-2011 var centerleder for Lundbeckfondens Teoricenter for Forskning i Kvantestyste-



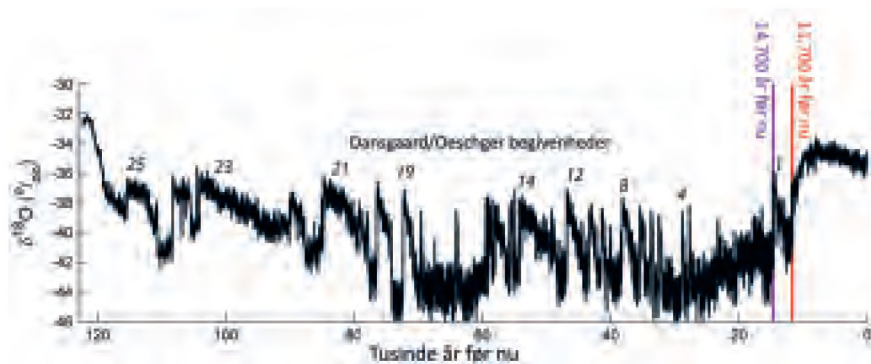
FIGUR 8. Det vakte opmærksomhed, da Peter Lodahl og Søren Stobbe fra Niels Bohr Institutets gruppe for kvantefotonik i 2016 dannede selskabet Sparrow Quantum. Stobbe er til venstre, Lodahl i midten, og til højre ses finansmanden og bankdirektøren Lars Seier Christensen.

mer. Som sine kolleger i København har Mølmer vundet mange priser, herunder i 2007 EliteForsk-prisen og i 2012 Villum Kann Rasmussens Årslegat. Desuden er han meget aktiv i formidling og popularisering af fysikken og er af denne grund en efterspurgt foredragsholder.

Geofysikkens position i dansk videnskab ændrede sig med Willi Dansgaards innovative metode fra 1960'erne til datering af iskernes alder ud fra massespektrometrisk analyse af deres indhold af den tunge oxygenisotop O-18. Hans nære kollega fra 1960'ernes isforskning, den amerikanske geolog Chester Langway, blev i 1992 udenlandsk medlem af Videnskabernes Selskab. Dansgaard afsluttede sin aktive karriere med det dansklede Greenland Ice-core Project (GRIP), der var finansieret af European Science Foundation og varede fra 1989 til 1992. Ud fra den 3029 meter lange iskerne, der var projektets hovedresultat, kunne forskerne kortlægge klimaændringer gennem 250.000 år. Nogle af de klimatiske ændringer var velkendte, mens andre var nye og ukendte. Selv om Dansgaard blev pensioneret i 1992 og hans videnskabelige indsats i det væsentlige hører til den tidligere periode, forblev han aktiv. I 1995 modtog han som den første dansker den

fornemme svenske Crafoord-pris i geovidenskab. Crafoord-prisen, der stammer fra 1980, uddeles i bl.a. astronomi, matematik og geovidenskab og har inden for disse forskningsområder næsten samme status som Nobelprisen.

Dansgaard afgik ved døden i 2011, på et tidspunkt hvor arven fra ham var så levende som nogensinde. Blandt hans medarbejdere i GRIP-projektet var den unge geofysiker Dorthe Dahl-Jensen, der i 1995 sammen med Dansgaard, Sigfus Johnsen og Niels Gundestrup publicerede en vigtig artikel om Grønlands temperatur i fortiden baseret på resultaterne fra GRIP. Dahl-Jensen blev i 2007 leder af grundforskningscentret Center for Is og Klima ved Niels Bohr Institutet og har i denne funktion været ansvarlig for en række borer, ikke blot i Grønland, men også på Antarktis. Det grønlandske NEEM-projekt 2009-2011 korrigerede og forbedrede nogle af resultaterne fra GRIP; navnet NEEM hentyder til den sidste mellemistid, kaldet Eem-tiden, for ca. 130.000 til 115.000 år siden. I 2015 fik Dahl-Jensen som leder af centret en stor bevilling fra A.P. Møller Fonden til et nyt projekt på Grønland, der særligt skal udforske indlandsisens bevægelighed. Dette glaciologiske projekt forventes af-



FIGUR 9. Variationer i indholdet af O-18-isotopen afslører hurtige og omtrentligt periodiske ændringer i det grønlandske klima fra ca. 15 til 120 millioner år siden. Ændringerne kendes som 'Dansgaard-Oeschger begivenheder', idet de først blev påvist af Willi Dansgaard og hans schweiziske kollega Hans Oeschger i 1980'erne.

sluttet i 2020. Dahl-Jensen har deltaget i talrige internationale konferencer om Grønland, klimaforskning og global opvarmning og har modtaget adskillige hædersbevisninger for sit arbejde.

Astronomi og astrofysik

En væsentlig del af moderne dansk astronomisk forskning foregår i internationalt regi, for eksempel i forbindelse med internationale organisationer som European Southern Observatory (ESO) eller inden for rammerne af centre oprettet af Grundforskningsfonden. ESO, der stammer fra 1962, har gennem sin

historie modtaget adskillige fingeraftryk af danske astronomer, herunder Johannes Andersen der 1993-1995 virkede som formand for ESO's videnskabelig-tekniske komité. Både i bygningen og brugen af ESO's avancerede astronomiske instrumenter har danske astronomer spillet en vigtig rolle.

Især to grundforskningscentre har medvirket til det høje niveau, der kendetegner dansk astronomi og astrofysik i dag. Det ene er Dark Cosmology Centre (DARK), der i 2005 blev oprettet ved Niels Bohr Institutet med en tiårsbevilling på 114,2 mio. kroner. Dets primære formål er at øge forståelsen af to af den nuværende kosmologis største gåder, nemlig naturen af den såkaldte »mørke energi« og det lige så gådefulde »mørke stof«, der fylder universet. DARK ledes af astrofysikeren Jens Hjorth, der bl.a. har bidraget til udforskningen af den gravitationelle linseffekt og de ekstremt energirige objekter, der betegnes gammaglimt. En stor del af det forskningsområde, DARK omfatter, går tilbage til de studier af supernovaer, der i 1998 ledte til den nobelprisbelønnede opdagelse af universets accelererende udvidelse og dermed til erkendelsen af den mørke energi. Det kan i denne sammenhæng nævnes, at allerede i 1989 udviklede danske astronomer (især Hans Ulrik Nørgaard-Nielsen og Leif Madsen) de metoder, der nogle år senere førte til opdagelsen.

Big bang-teorien for universet har siden midten af

FIGUR 10. Der er langt mere 'mørkt stof' i universet end almindeligt stof, men ingen ved endnu, hvad dette mørke stof egentligt er for noget. Jens Hjorth og andre forskere ved Dark Cosmology Centre er med i bestræbelserne på at løse en af den moderne kosmologis største gåder.



1960'erne været rammen for så at sige al kosmologisk forskning. Det er i denne forbindelse interessant, at en af teoriens chefarkitekter, den russiske astrofysiker og kosmolog Igor Novikov, i 1991 kom til København for at blive ansat som professor først ved NORDITA og siden ved universitetet. Han fortsatte i denne funktion til sin afgang i 2005. Novikov har siden 1960'erne været en central skikkelse i udforskningen af det tidlige univers, af sorte huller og af andre områder af relativistisk astrofysik. Han skrev i 1998 den populære bog *The River of Time*, hvori han diskuterer tidsbegrebet i moderne fysik. I 2007 modtog han den prestigefyldte Eddington-medalje fra Royal Astronomical Society. Prisen, der går til fremragende bidrag i teoretisk astrofysik, er aldrig tidligere tildelt en forsker fra Danmark.

Ved Aarhus Universitet blev et andet grundforskningscenter, kaldet Stellar Astrophysics Centre (SAC), oprettet i 2012. Oprettelsen skyldtes ikke mindst astronomen Jørgen Christensen-Dalsgaard, der er centrets leder og anerkendes som en af pionererne i en ny astrofysisk forskningsgren, helioseismologi eller mere generelt asteroseismologi. Man studerer her »stjerne-skælv« på omtrent samme måde, som geofysikere studerer jordskælv. Helioseismologi blev først for alvor udviklet fra starten af 1970'erne, og Christensen-Dalsgaard har siden da præget området i betydelig grad. I 2013 modtog han Carlsbergfondets Forskningspris for sin udforskning af Solen og andre stjerner. Christensen-Dalsgaard har desuden været med til at formidle den astronomiske videnskab i form af populære foredrag og publikationer. Således var han med til at skrive en bog om nyere gennembrud i astronomien, der udkom i 2016 som en markering af 100-året for det

danske Astronomisk Selskab. Også andre medlemmer af Videnskabernes Selskab, herunder Jens Hjorth og Helge Kragh, har bidraget til denne jubilæumsbog.

Stjernerne fysik og deres udvikling er et af SAC's hovedområder, mens et andet er stjernernes nære omgivelser i form af planeter. Dansk planetforsknings største navn i 1990'erne var utvivlsomt Jens Martin Knudsen, der indtil sin pensionering i 2000 var lektor i fysik ved Københavns Universitet og især blev kendt for sine bidrag til udforskningen af Mars. Denne fremragende formidler blev aldrig medlem af Videnskabernes Selskab, men i 2004 hædrede Selskabets hans indsats ved at tildele ham sin guldmedalje. Siden opdagelsen af de første exoplaneter i 1995 er der opdaget planeter omkring hundredvis af andre stjerner i Mælkevejen, heraf enkelte hvor betingelserne for liv måske er opfyldt. Hans Kjeldsen ved SAC og andre danske astronomer har i flere tilfælde bidraget til opdagelsen af exoplaneter. Også ved Københavns Universitet er der en gruppe inden for Astrofysik og Planetforskning, der bl.a. udforsker exoplaneter.

En anden Aarhus-forsker, der har bidraget til udviklingen af moderne astrofysik, er Jes Madsen, som i 2006 blev udnævnt til professor i teoretisk astrofysik ved Aarhus Universitet. Han er internationalt anerkendt for sin forskning om kvarkstof eller kvarkklumper og deres rolle i det tidlige univers og den kosmiske stråling. Sådanne plasmalignende tilstande af stof kan beskrives ud fra teorien om kvarker, de partikler, som protoner og neutroner består af. Sammen med andre forskere har Madsen undersøgt muligheden for at påvise små kvark-klumper og andre mærkelige partikler (som antistof) i den kosmiske stråling ved hjælp af et apparat i Den Internationale Rumstation. De første resultater af dette store projekt fremkom i 2013. Madsen har 2000-2009 været medlem af Det Frie Forskningsråd, Natur og Univers.

Kemi

Den mest bemærkelsesværdige begivenhed i dansk kemis historie i perioden efter 1992 var utvivlsomt tildelingen af Nobelprisen i kemi for 1997 til den 79-årige Jens Christian Skou. Det var nemlig første gang nogensinde, at prisen i kemi blev tildelt en dansk forsker – om end i dette tilfælde ikke til en kemiker, men til en lægeuddannet biofysiker. Skou var professor i biofysik ved Det Medicinske Fakultet ved Aarhus Universitet, og hans prisbelønnede opdagelse af Na,K-ATPasen fra slutningen af 1950'erne hørte til grænseområdet mellem biofysik og biokemi. Det kan her være relevant at



FIGUR 11. Astrofysikeren Jørgen Christensen-Dalsgaard, medlem af Videnskabernes Selskab siden 1990 og modtager af Carlsbergfondets Forskningspris 2013.

FIGUR 12. Jens Christian Skou, som i 1997 modtog Nobelprisen i kemi, er her i færd med at undersøge nerver fra krabbers ben.



minde om, at den eneste danske kemiker, der er blevet belønnet med en Nobelpris, fik prisen i medicin. Den polyteknisk uddannede biokemiker Henrik Dam fik prisen for sin opdagelse af K-vitaminet.

Selv om Nobelprisen til den da pensionerede Skou kom med en forsinkelse på fyrré år, vakte den selvsagt stor opmærksomhed, ikke blot fagligt, men også forskningspolitisk. I forbindelse med den daværende viden-skabsminister Helge Sanders forsøg på at knytte prisen til regeringens forskningspolitik tog Selskabets præsident, marinbiologen Tom Fenchel, skarpt til genmæle. Han betegnede Sanders opførsel som intet mindre end »grotesk og absurd«. Også ved en anden lejlighed har et af Selskabets medlemmer vakt opmærksomhed om en Nobelpris. I 2002 kritiserede den førende danske forsker i proteinkemi Peter Roepstorff tildelingen af Nobelprisen i kemi til en af de prismodtagere, japaneren Koichi Tanaka. Ifølge Roepstorff var den massespektrometriske metode til studiet af proteiner, som Tanaka fik prisen for, ikke original, idet den tidligere var udviklet af tyske forskere. Selv om Roepstorff henvendte sig internt til Nobelkomiteen i Stockholm, slap kritikken ud til offentligheden og blev omtalt af nordiske og internationale nyhedsmedier.

Roepstorff var ikke hvem som helst, for som professor i proteinkemi ved Syddansk Universitet i Odense hørte han til blandt pionererne i brugen af massespektrometret til analyse af proteiner og deres omdannelser. Selv om massespektrometret blev opfundet så tidligt som 1920, var det først fra 1950'erne, at det fandt bred forskningsmæssig anvendelse også uden for fysikken. Den forskning, som Roepstorff og hans gruppe i Odense udførte, viste bl.a., at den massespektrometriske metode med fordel kunne benyttes til at påvise genetiske ændringer og således have praktisk medicinsk betydning. Efter Roepstorffs pensionering er arbejdet blevet videreført af andre i gruppen, bl.a. af hans elev Martin Røssel Larsen.

Ligesom massespektrometrien har haft stor indflydelse på den organiske strukturkemi og dens grænseflade til biokemien, sådan er det også tilfældet med en anden fysik-baseret metode, NMR-spektrometrien eller kernemagnetisk resonans. Metoden er mere end tres år gammel, men først i 1970'erne blev NMR udviklet til et præcist og effektivt instrument, hvilket i 1991 blev belønnet med en Nobelpris. Herhjemme havde den organiske kemiker Klaus Bock i en årrække arbejdet med NMR-spektrometri, og da han i 1988 blev udnævnt til leder af Carlsberg Laboratoriets kemiske afdeling, gjorde han laboratoriet til et internationalt center for NMR-studier af proteiner, kulhydrater og andre biokemisk aktive molekyler. Bock har modtaget flere videnskabelige priser for sin indsats og har desuden spillet en vigtig rolle i dansk og international forskningspolitik. I 2015 blev han udpeget som den ene af tre vicepræsidenter for ERC. Samme år blev det store Danish Center for Ultrahigh-Field NMR Spectroscopy indviet i Aarhus, hvor det er knyttet til iNANO og Kemisk Institut. Blandt initiativtagerne var kemikeren Niels Christian Nielsen, der leder laboratoriet for biomolekylær NMR-spektroskopi i Aarhus. Ligesom Bock er Nielsen medlem af Akademiet for de Tekniske Videnskaber, ATV.

I 2001 blev der med en bevilling på 35 mio. kroner oprettet et tværfagligt kemi-fysik-biologi-grundforskningsscenter på DTU ledet af biofysikeren Henrik Bohr. Dette Center for Kvanteprotein (QuP) har i en tiårig periode undersøgt proteiners elektronstruktur og kemiske reaktioner ud fra kvantekemiske metoder og ved hjælp af molekylspektroskopi og andre eksperimentelle teknikker. Man er på denne måde nået til en forståelse af, hvordan elektromagnetisk stråling kan ændre foldningen af proteiner. Den stærke kobling mellem kemi og biologi og den rolle, som nanokemi spiller i nanovidenskaberne, illustreres yderligere af det Center for DNA Nanoteknologi (CDNA), der i 2007 blev oprettet i Aarhus på grundlag af en bevilling fra Danmarks Grundforskningsfond. Centret, der er tilknyttet iNANO, ledes af kemikeren Kurt Vesterager Gothelf, der er en ledende forsker inden for organisk nanokemi.

Selv om det meste af Jens Peder Dahls videnskabelige indsats inden for kvantekemi og teoretisk kemisk fysik hører til perioden før 1992, fortjener han at nævnes som måske Danmarks mest fremtrædende og internationalt ansete kvantekemiker. Han fortsatte i 1990'erne sin forskning og undervisning ved DTU og modtog flere priser, herunder NKT-forskningsprisen i kemi og Humboldt-forskningsprisen. I 2001 gik han

på pension, og samme år udgav han en omfattende samlet fremstilling af kvantemeknikken og dens anvendelser i kemien. Hans *Introduction to the Quantum World of Atoms and Molecules* er ikke blot en innovativ og systematisk lærebog i kvantekemi, men udmærker sig også ved sit gennemgående historiske perspektiv. Dahl, der forblev aktiv i sin pensionisttilværelse, døde i 2016.



FIGUR 13. Karl Anker Jørgensen, professor i kemi ved Aarhus Universitet, har bl.a. lavet vigtig forskning i syntese af molekyler baseret på asymmetrisk katalyse. I 2017 modtog han Carlsbergfondets Forskningspris.

Blandt de noget yngre medlemmer af Videnskaberne Selskab, der har ydet fremragende bidrag til den kemiske forskning i mere klassisk forstand, skal her blot nævnes Karl Anker Jørgensen, der siden 1992 har virket som professor i kemi ved Aarhus Universitet, hvor han er blevet tildelt en lang række bevillinger og priser (bl.a. Bjerrum Medaljen, Carlsbergs Kemipris og Lundbeckfondens Nordiske Forskerpris). I 1997 blev han leder af et Center for Katalyse under Danmarks Grundforskningsfond, hvor han og hans medarbejdere forskede i den slags »kirale« molekyler, hvor molekylet og dets spejlbillede er forskellige. Af særlig interesse var de kemiske reaktioner, der resulterede i kun en enkelt af de kirale former. Da den slags kemi naturligt foregår i levende celler, er området af stor betydning for både biokemi og bioteknologi.

Et af højdepunkterne i katalysecentrets forskning var, da man i 2002 som de første kunne beskrive en reaktion, hvor en aminosyre virkede som katalysator for dannelsen af blot den ene af et organisk molekyles kirale former. Opdagelsen vakte stor international opmærksomhed og blev af fagtidsskriftet *Chemical and Engineering News* omtalt som et af »årets videnskabelige

highlights«. Jørgensens status i kemikersamfundet illustreres af, at han i 2004 blev Fellow of the Royal Chemical Society i England og i 2016 blev indvalgt som udenlandsk medlem af det svenske videnskabsakademi. Måske mere som et kuriosum: Jørgensen har også interesseret sig for innovativ madlavning og såkaldt molekylær gastronomi, et område, der herhjemme er blevet opdyrket af især kemikeren Thorvald Pedersen og biofysikeren Ole G. Mouritsen.

Konklusion

De fysisk-matematiske videnskaber i den her behandlede brede version har altid haft en vigtig rolle i Videnskaberne Selskab. Denne position har ikke været mindre vigtig gennem de sidste 25 år, selv om den direkte rolle, som Selskabet spiller, har ændret sig væsentligt. Som fremhævet har der hovedsageligt været tale om, at Selskabet er et samlingssted for forskere, hvis virke i øvrigt foregår andetsteds. Det turde være klart, at det rids, der her er givet, ikke giver et dækkende billede af aktiviteten i dansk videnskab inden for de pågældende områder, da det fokuserer på bidrag, der er ydet af medlemmer af Videnskaberne Selskab, eller som på anden måde er knyttet til Selskabet. Ikke desto mindre fremgår det med al tydelighed, at medlemmer af Selskabet gennem det sidste kvarte århundrede har været i den absolutte frontlinje, hvad angår innovativ forskning inden for de fysisk-matematiske videnskaber. Men, kan man så sige, heri er intet nyt. De står på skuldrene af giganter.

Kilde til citat

s. 201 Lomholt 1942, s. 25.

Litteraturliste

- Andersen, Johannes: »ESO og dansk astronomi gennem 50 år«, i *Kvant* nr. 3, 2012, pp. 22-25.
- Blegvad, Mogens: *Det Kongelige Danske Videnskaberne Selskab 1942-1992*, København: Det Kongelige Danske Videnskaberne Selskab 1992.
- Bruun, Lone og Kristian Pedersen, red.: *Dansk Astronomi i Kikkerten*, København: Epsilon 2010.
- Christensen-Dalsgaard, Jørgen: »Helioseismology«, i *Reviews of Modern Physics*, bd. 74, 2002, pp. 1073-1129.
- Dahl-Jensen, Dorthe og Jørgen P. Steffensen: »Indlandsisen på Grønland – et Levende Fjeld Fortæller Historie«, i Marita Akhøj Nielsen, red.: *Grønlands Fascinationskraft: Fortællinger om Polarforskningen*, København: Videnskaberne Selskab 2012, pp. 54-67.
- Dansgaard, Willi: *Grønland i Istid og Nutid*, København: Rhodos 2000.

- Dyre, Jeppe: »Glastilstanden«, i *Naturens Verden*, nr. 7-8, 2007, pp. 47-56.
- Høgh Jensen, Mogens: »Per Bak (1947-2002)«, i *Nature*, bd. 410, 2002, p. 284.
- Jelved, Karen og Andrew D. Jackson, red.: *H. C. Ørsted's Rejsebreve*, København: Videnskabernes Selskab 2011.
- Jørgensen, Erik og Lauritzen, Steffen L.: »Bedre beslutninger med bayesianske netværk«, i *Naturens Verden*, bd. 7, 1998, pp. 280-287.
- Jørgensen, Karl Anker: »Fra kælkebakkerne i parken til kirale molekyler«, i A. Wang Hansen m.fl., red.: *Tøpfforskning ved Aarhus Universitet – en Jubilæumsantologi*, Aarhus: Aarhus Universitetsforlag 2003, pp. 389-402.
- Koch, Carl Henrik: *Isaac Newton: Geniet og Mennesket*, København: Lindhardt og Ringhof 2013.
- Kragh, Helge: *Julius Thomsen – A Life in Chemistry and Beyond*, Copenhagen: The Royal Danish Academy of Sciences and Letters 2016.
- Kragh, Helge m.fl.: *Dansk Naturvidenskabs Historie*, bd. 1-4, Aarhus: Aarhus Universitetsforlag 2005-2006.
- Larsen, Elfinn: »Massespektrometri i Danmark – før og nu«, i *Fysisk Tidsskrift*, bd. 84, 1986, pp. 162-176.
- Lauritzen, Steffen L.: *Graphical Models*, Oxford: Clarendon Press 1996.
- Lomholt, Asger, red.: *Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab 1742-1942. Samlinger til Selskabets Historie I*, København: Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskab 1942.
- Lützen, Jesper, red.: *Around Caspar Wessel and the Geometric Representation of Complex Numbers*, Copenhagen: The Royal Danish Academy of Sciences and Letters 2001.
- Mikosch, Thomas V. m.fl.: *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Heidelberg: Springer Verlag 1997.
- Mølmer, Klaus: *Kvantemekanik: Atomernes Vilde Verden*, Aarhus: Aarhus Universitetsforlag 2010.
- Pedersen, Olaf: *Lovers of Learning: A History of the Royal Academy of Sciences and Letters 1742-1992*, Copenhagen: Munksgaard 1992.
- Ramus 1745: J. F. Ramus: »Historisk og Fysisk Beskrivelse over Nordlysets forunderlige Skikkelse, Natur og Oprindelse«, i *Skrifter, som udi det Kiøbenhavnske Selskab af Lærdoms og Videnskabers Elskere ere fremlagte og oplæste i Aarene 1743 og 1744*, København: Det Kiøbenhavnske Selskab af Lærdoms og Videnskabers Elskere 1745, pp. 317-396.
- Riis Larsen, Børge m.fl., red.: *Aspekter af Dansk Kemi i det 20. og 21. Århundrede*. København: KemiForlaget 2012. π
- Schröder, Vibeke, red.: *20 Års Forskning i Verdensklasse*. København: Danmarks Grundforskningsfond 2011.
- [Videnskabernes Selskab]: *Fortegnelse Over de af Det Kongelige Videnskabernes Selskab i Tidsrummet 1742-1891 Udgivne Videnskabelige Arbejder*. København: Bianco Luno 1892.
- Aaserud, Finn og Helge Kragh, red.: *One Hundred Years of the Bohr Atom: Proceedings from a Conference*, Copenhagen: The Royal Danish Academy of Sciences and Letters 2015.